

Ensembles dominants localisateurs dans les tournois locaux

Thomas Bellitto, Sorbonne Université, CNRS, LIP6, Paris

Caroline Brosse, LIMOS, Clermont-Ferrand

Benjamin Lévêque, G-SCOP, CNRS, Grenoble

Aline Parreau, LIRIS, CNRS, Lyon

Dans un graphe orienté - ou *digraphe* - D sur un ensemble de sommets V , un ensemble *dominant* est un sous-ensemble S de V tel que tout sommet de $V \setminus S$ possède au moins un voisin entrant dans S . Un ensemble $L \subseteq V$ est *localisateur* si, pour tous sommets u et v de $V \setminus L$, les voisinages entrants de u et v dans L sont différents (et permettent donc de différencier u et v). On se pose la question de savoir quelle est la taille minimum d'un ensemble de sommets qui soit à la fois dominant et localisateur.

Foucaud, Heydarshahi et Parreau [1] ont montré que, lorsque le digraphe considéré est un tournoi - c'est-à-dire une orientation d'un graphe complet - d'ordre n , on peut toujours trouver un ensemble dominant localisateur de taille $\lceil \frac{n}{2} \rceil$. Nous étudions ici la généralisation de ce théorème à la classe plus large des tournois locaux. Un graphe orienté est un *tournoi local* si pour tout sommet v , le voisinage entrant de v et le voisinage sortant de v induisent des tournois. Nous montrons que dans un tournoi local d'ordre n , il existe toujours un ensemble dominant localisateur de taille $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ [2].

Deux sommets sont dits *jumeaux* (resp. *quasi-jumeaux*) si leurs voisinages entrants ouverts (resp. fermés) sont identiques. Dans les graphes sans jumeaux, les auteurs de [1] prouvent que l'on peut trouver un ensemble dominant localisateur de taille au plus $\frac{4n}{5} + 1$ et conjecturent que cette borne peut être abaissée à $\frac{2n}{3}$. S'il existe dans un digraphe connexe sans jumeaux un sommet duquel on peut atteindre tous les autres en suivant les arcs orientés, nous montrons qu'il admet un ensemble dominant localisateur de taille $\frac{3n}{4}$. Nous abaissons même cette borne à $\frac{2n}{3}$ lorsque le digraphe ne contient pas de sommets quasi-jumeaux.

Références

- [1] F. Foucaud, S. Heydarshahi et A. Parreau, *Domination and location in twin-free digraphs*, Discrete Applied Mathematics 284 (2020) 42-52.
- [2] T. Bellitto, C. Brosse, B. Lévêque et A. Parreau, *Locating-dominating sets in local tournaments*, 2021, [arXiv:2109.03102](https://arxiv.org/abs/2109.03102), accepté à DAM.