

G. Joret et C. Rambaud : Neighbourhood complexity des graphes planaires

Gwenaël Joret, Département d'Informatique, Université libre de Bruxelles, gwenael.joret@ulb.be

Clément Rambaud, DI, ENS Paris, clement.rambaud@ens.psl.eu

Les classes de graphes d'expansion bornée, introduites par Nešetřil et Ossona De Mendez [NM08], donnent une notion très générale de classes de graphes peu denses. Parmi les nombreuses caractérisations d'une classe d'expansion bornée, la suivante est due à Reidl, Villaamil et Stavropoulos [RVS16] : une classe \mathcal{C} de graphes close par sous-graphes est d'expansion bornée si et seulement s'il existe une fonction $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ telle que pour tout graphe G dans \mathcal{C} , tout ensemble non vide A de sommets et tout $r \geq 1$

$$|\{N^r[v] \cap A \mid v \in V(G)\}| \leq f(r)|A| \quad (1)$$

où $N^r[v]$ désigne l'ensemble des sommets à distance au plus r de v dans G . La plus petite fonction f satisfaisant (1) est alors appelée la **neighbourhood complexity** de \mathcal{C} . Dans le cas des graphes planaires, il a été montré que l'on peut prendre $f(r) = 2^{\mathcal{O}(r^3 \log r)}$. Cependant, aucune meilleure borne n'était connue, et Sokołowski [Sok21] avait conjecturé que les graphes planaires ont neighbourhood complexity polynomiale. Nous confirmons cette conjecture en démontrant la borne suivante. Si G est un graphe planaire, alors

$$|\{N^r[v] \cap A \mid v \in V(G)\}| = \mathcal{O}(r^6|A|).$$

Nous étendons ensuite ce résultat aux classes propres closes par mineur en montrant que pour tout entier t , les graphes K_t -minor-free ont neighbourhood complexity polynomiale.

Références

- [NM08] Jaroslav Nešetřil and Patrice Ossona de Mendez. Grad and classes with bounded expansion I. Decompositions. *European Journal of Combinatorics*, 29(3) :760–776, 2008.
- [RVS16] Felix Reidl, Fernando Sánchez Villaamil, and Konstantinos Stavropoulos. Characterising Bounded Expansion by Neighbourhood Complexity. *European Journal of Combinatorics*, 75 :152–168, 2019.
- [Sok21] Marek Sokołowski. Bounds on half graph orders in powers of sparse graphs. *arXiv :2103.06218 [cs, math]*, March 2021.