

Splits de graphe généralisés et structures combinatoires associées

Mohammed Haddad, LIRIS, Lyon, mohammed.haddad@univ-lyon1.fr

François Pitois, LIRIS, Lyon, francois.pitois@univ-lyon1.fr

Hamida Seba, LIRIS, Lyon, hamida.seba@univ-lyon1.fr

Olivier Togni, LIB, Dijon, olivier.togni@u-bourgogne.fr

Les splits permettent de décomposer un graphe en temps linéaire via une structure combinatoire appelée famille “symmetric crossing”, capable de représenter l’ensemble des splits d’un graphe en espace linéaire [1, 2, 3].

En généralisant la notion de split de graphe par l’introduction d’un paramètre r , on obtient les r -splits, qui mettent en évidence une nouvelle structure combinatoire généralisant les familles “symmetric crossing”. Cette nouvelle structure, appelée famille r -“symmetric crossing”, a la propriété de pouvoir être représentée en espace polynomial : Soit V un ensemble de taille n et $\mathcal{F}$ une famille d’ensembles de V . Notons que $\mathcal{F}$ contient potentiellement 2^n ensembles. Si $\mathcal{F}$ est r -“symmetric crossing”, alors il existe une sous-famille $\mathcal{F}'$ de $\mathcal{F}$ telle que $\mathcal{F}'$ soit de taille $\mathcal{O}(n^{r+1})$ et telle que $\mathcal{F}$ soit l’unique plus petite famille r -“symmetric crossing” contenant $\mathcal{F}'$. On dit que $\mathcal{F}'$ représente $\mathcal{F}$. En d’autres termes, une famille r -“symmetric crossing” de taille exponentielle peut toujours être représentée par une sous-famille de taille polynomiale. Une question naturelle est de savoir si cette borne est atteinte. On peut montrer qu’il existe des familles $\mathcal{F}$ qui ne peuvent être représentées que par des sous-familles de taille au moins $\Omega(n^r)$. La preuve de cette borne fait intervenir une généralisation de la notion d’orthogonalité introduite dans [2], ainsi qu’une nouvelle famille qui généralise les familles “cross-free”.

Références

- [1] B. Bui-Xuan, M. Habib et M. Rao, *Tree-representation of set families and applications to combinatorial decompositions*, European J. of Combinatorics **33(5)** (2012), 688–711
- [2] P. Charbit, F. De Montgolfier, Fabien et M. Raffinot, *Linear time split decomposition revisited*, SIAM J. on Discrete Mathematics **26(2)** (2012), 499–514
- [3] E. Gioan et C. Paul, *Split decomposition and graph-labelled trees: characterizations and fully dynamic algorithms for totally decomposable graphs*, Discrete Applied Mathematics **160(6)** (2012), 708–733