

G. Berthe, B. Martin, D. Paulusma et S. Smith : Complexité de la coloration $L(p, q)$ des arêtes

Gaétan Berthe, LIRMM, Montpellier, gaetan.berthe@lirmm.fr

Barnaby Martin, Durham University, Durham, barnaby.d.martin@durham.ac.uk

Daniel Paulusma, Durham University, Durham, daniel.paulusma@durham.ac.uk

Siani Smith, Durham University, Durham, siani.smith@durham.ac.uk

On considère un problème qui entre dans le cadre de la coloration contrainte par distance. Pour tous entiers positifs p et q , et un entier k strictement positif, une coloration $L(p, q) - k$ est une affectation de couleurs dans $\{0, \dots, k-1\}$ aux sommets d'un graphe telle que des sommets voisins reçoivent des couleurs qui diffèrent d'au moins p , et les sommets connectés par un chemin de taille 2 reçoivent des couleurs qui diffèrent d'au moins q . On note $L(p, q)$ l'ensemble des colorations $L(p, q) - k$ pour $k \geq 1$. Par exemple, la coloration $L(1, 0)$ est la traditionnelle coloration propre, tandis que la coloration $L(1, 1)$ est connue comme la distance-2 coloration.

On définit alors le problème de la $L(p, q) - k$ coloration, qui est le problème décisionnel de l'existence d'une telle coloration, et le problème $L(p, q)$ qui prend en plus en paramètre le nombre de couleurs autorisés k .

La coloration $L(p, q)$ des arêtes est une variante de cette coloration. Elle est équivalente à la coloration $L(p, q)$ où l'on se réduit aux *line graphs*. Jusqu'ici, la complexité du problème de décider si un graphe admet une $L(p, q)$ coloration des arêtes n'était connue que pour certaines valeurs de p et q . Nous complétons cette étude pour tous $p, q \geq 0$ en montrant que tant que $(p, q) \neq (0, 0)$, le problème de la coloration $L(p, q)$ des arêtes est NP-complet. Pour cela, nous prouvons que pour $p, q \geq 0$ sauf $p = q = 0$, il existe un entier k tel que le problème de la coloration $L(p, q) - k$ des arêtes est NP-complet.

La preuve se fait en décomposant le problème en plusieurs cas selon la valeur de q/p . Les nouveaux cas traités sont prouvés par des réductions depuis des variantes NP-complètes du problème SAT à l'aide de gadgets.

Ce travail a donné lieu à une publication dans la conférence WALCOM [1].

Références

- [1] Berthe, G., Martin, B., Paulusma, D. & Smith, S. The Complexity of $L(p, q)$ -Edge-Labeling. *WALCOM : Algorithms And Computation*. pp. 175-186 (2022)